

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Debe elegir 3 de los 6 ejercicios propuestos.
 - c) Cada ejercicio se puntuará de 0 a 10 puntos. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
 - d) Identifique claramente los ejercicios elegidos. Contestes de forma razonada y escriba ordenadamente.
 - e) Puede usar calculadora (no programable) solo para las operaciones numéricas. No olvide que los procesos conducentes a la obtención de los resultados deben ser suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

a) (5 puntos) Racionalice y simplifique la siguiente expresión: $3 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{4 + \sqrt{8}}$.

b) (5 puntos) En una protectora de animales, $\frac{1}{3}$ de los perros ya han sido vacunados. Si se eligen 12 perros al azar en dicha protectora, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 2 hayan sido vacunados?

EJERCICIO 2

a) (5 puntos) Derive la función $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} - \ln(3x + 5)$.

b) (5 puntos) Un cliente tiene 9765.20 euros en una cuenta de ahorro. Sabiendo que el cliente realizó el depósito hace 7 años y que la cuenta está remunerada con un interés compuesto fijo del 3 % anual, ¿cuál fue el depósito inicial que realizó el cliente? ¿A cuánto ascienden los intereses generados en los últimos 2 años?

EJERCICIO 3

a) (5 puntos) En un bar disponen de 2 tipos de menús, uno de 12 euros y otro de 14 de euros. Sabiendo que en una mesa de 10 comensales todos han pedido menú y que la cuenta ha ascendido a 134 euros, ¿cuántos menús de cada tipo se han pedido?

b) (5 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{3x - a}{x - 4} & \text{si } x \leq 3 \\ 2x^2 + bx - 6 & \text{si } x > 3 \end{cases}$. Calcule el valor de a y b para que la función sea continua y derivable en todo su dominio.

EJERCICIO 4

a) (5 puntos) Resuelva la siguiente ecuación: $(x + 3)^2 + (x - 4)(x + 4) + x^2 = 5 - 3x$.

b) (5 puntos) Represente gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ -\frac{x^2}{2} + 4x - 1 & \text{si } 2 < x \leq 3 \end{cases}$.

Determine los extremos absolutos de f .

EJERCICIO 5

Un estudio ha determinado que la duración de un embarazo, en días, sigue una distribución Normal de media 266 días y desviación típica 16.

a) (5 puntos) Calcule la probabilidad de que una embarazada dé a luz entre los días 258 y 270 de embarazo.

b) (5 puntos) ¿Cuánto debe durar como mínimo un embarazo para encontrarse entre el 17 % de los embarazos más largos?

EJERCICIO 6

Se desea analizar cómo afecta la falta de sueño en el rendimiento cognitivo. Para ello, se han cogido 7 voluntarios de similares características quienes, tras dormir un tiempo determinado, deben responder un cuestionario. La siguiente tabla muestra los datos recogidos:

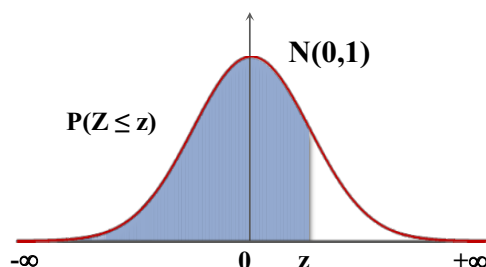
X (horas sueño)	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
Y (preguntas acertadas)	32	35	37	41	42	44	45

a) (4 puntos) Obtenga la recta de regresión de Y sobre X .

b) (4 puntos) Obtenga el coeficiente de correlación lineal e interprete su valor.

c) (2 puntos) ¿Cuántas preguntas se espera que responda correctamente una persona que ha dormido 2 horas y media?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0,1)



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0,1)$, esté por debajo del valor z .