

**Instrucciones:** a) Duración: **1 hora y 30 minutos**.

b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.

c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.

e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Calcula el valor de  $a$  sabiendo que  $0 < a < 2$  y que  $\int_0^a (-x + 2) dx = \frac{3}{2}$ .

b) [5 puntos] Encuentra todas las soluciones de la inecuación  $\frac{5x}{2} - 1 > 2x - \frac{1}{3}$ .

### EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Calcula la distancia del punto  $(2, 1)$  a la recta que pasa por los puntos  $(1, 0)$  y  $(0, 1)$ .

b) [5 puntos] Halla el valor de  $m$  para que el polinomio  $2x^3 - 5x^2 + mx + 3$  sea divisible por  $x + 1$ .

### EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Simplifica al máximo la expresión  $\frac{\log(\sqrt{\alpha}) - 2\log(\sqrt[3]{\alpha}) + \frac{19}{6}\log(\alpha)}{3\log(\alpha) - 2\log\left(\frac{1}{\alpha}\right)}$  sabiendo que

$\alpha > 1$ , donde  $\log(\alpha)$  representa el logaritmo decimal de  $\alpha$ .

b) [5 puntos] Halla  $\sin(\alpha + \beta)$  sabiendo que  $\sin(\alpha) = 3/5$  y  $\sin(\beta) = 12/13$  con  $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

### EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 3}{\sqrt{n^4 - n^3 + 2n} - 1}$ .

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación  $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$ .

### EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Determina el centro y el radio de la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$ .

b) [5 puntos] Calcula y estudia las asíntotas de la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{3 - x}$ ,  $x \neq 3$ .

### EJERCICIO 6

[10 puntos] Se sabe que tres ciudades  $A$ ,  $B$  y  $C$  son los vértices de un triángulo rectángulo, con ángulo recto en  $B$  y cuyos lados son las carreteras rectilíneas que las unen. Si la carretera que une  $A$  y  $B$  tiene una longitud de 100 km y forma un ángulo de  $\frac{\pi}{6}$  radianes con la carretera que une  $A$  y  $C$ , calcula la distancia entre las ciudades  $A$  y  $C$  y entre las ciudades  $B$  y  $C$ .