

**Instrucciones:** a) Duración: **1 hora y 30 minutos**.

b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.

c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.

e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### EJERCICIO 1

[10 puntos] Halla los ángulos  $\alpha$  (en radianes) tales que  $\sin(2\alpha) - 2\cos(\alpha) = 2\cos^2(\alpha)$  y  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ .

### EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+1} + n}$ .

b) [5 puntos] Desarrolla  $\left(2x - \frac{1}{2}y\right)^5$  utilizando el binomio de Newton. Simplifica al máximo el resultado.

### EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Halla el dominio de la función  $f(x) = \log\left(\frac{x+2}{x-3}\right)$ , siendo  $\log$  la función logaritmo decimal.

b) [5 puntos] Dada la función  $g(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x^2+5}$ ,  $x \neq 0$ , determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $g$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

### EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Calcula la altura de un árbol sabiendo que desde el nivel del suelo se observa su copa bajo un ángulo de  $\frac{\pi}{6}$  radianes, mientras que si nos acercamos 10 metros al árbol dicho ángulo será de  $\frac{\pi}{3}$  radianes.

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación  $4^{x-1} + 2^{x+2} = 48$ .

### EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Halla los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que el polinomio  $2x^3 + ax^2 + bx + c$  tiene una raíz doble en  $x = 1$  y una raíz simple en  $x = 2$ .

b) [5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x^2}{x-3}$ ,  $x \neq 3$ .

### EJERCICIO 6

Considera la función  $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq -1, \\ x^2 - 3x & \text{si } x > -1. \end{cases}$

a) [5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con los ejes de coordenadas y representa dicha gráfica.

b) [5 puntos] Determina el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta de ecuación  $y = x$ .