

1 Relación de ejercicios con relación a la propuesta de nuevos saberes básicos para su inclusión en el curso 2024-25.

1.1 Sistemas de Ecuaciones

Ejercicio 1. *Una tienda de informática dispone de tres tipos de tabletas A, B y C cuyo coste por unidad es de 300, 230 y 420 euros respectivamente. El mes pasado vendió 280 tabletas en total, recaudando por todas ellas 83650 euros. Calcule el número de tabletas que vendió de cada tipo sabiendo que la cantidad de tabletas vendidas del tipo C se corresponde con una tercera parte de las vendidas conjuntamente de los tipos A y B.*

Ejercicio 2. *Después de aplicar un descuento del 10% a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un cuaderno, un rotulador y una carpeta 3.96 euros. Se sabe que el precio del rotulador es la mitad del precio del cuaderno y que el precio de la carpeta es igual al precio del rotulador más el 20% del precio del cuaderno. Calcule el precio original de cada objeto.*

Ejercicio 3. *En una empresa de logística se realizan tres tipos de envíos: paquetes pequeños, medianos y grandes. Durante una semana se procesaron un total de 150 envíos y se generaron ingresos por un total de 2450 euros. Se sabe que el número de envíos de paquetes medianos es la suma de los envíos de paquetes grandes y la mitad de los paquetes pequeños. Los precios por envío son de 10 euros para los paquetes pequeños, 15 euros para los paquetes medianos y 20 euros para los paquetes grandes. ¿Cuántos envíos de cada tipo se realizaron?*

Ejercicio 4. (i) *Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones asociado al siguiente problema:*

“Lorena invierte 20000 euros en tres productos financieros A, B y C. Sabemos que invierte en C lo mismo que en A y B juntos. Pasado un año, obtiene un beneficio del 4% en el producto A, un 8% en el B y un 10% en el C. Si el beneficio total fue de 1640 euros. ¿Cuánto dinero invirtió en cada producto?”

(ii) *Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones y resuélvalo si es posible:*

$$\begin{cases} 3x + 4y - z = -3 \\ x + 2y + z = 5 \\ x + 2y + 3z = 6 \end{cases} \quad (1)$$

Ejercicio 5. (i) *Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones asociado al siguiente problema:*

“Un monedero contiene 3 euros en monedas de 10, 20 y 50 céntimos. Hay 15 monedas en total. Sabiendo que el número de monedas de 20 y 50 céntimos juntas excede en 3 unidades al número de monedas de 10 céntimos, obtenga el número de monedas de cada tipo que hay en el monedero”

(ii) Clasifique el siguiente sistema de ecuaciones y resuélvalo si es posible:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 5y - z = -5 \\ 2x - y + 5z = 10 \end{cases} \quad (2)$$

Ejercicio 6. Los empleados de una empresa se dividen en tres categorías: mozos de almacén, comerciales y administrativos. Se sabe que los mozos de almacén son el triple que los comerciales. Entre comerciales y administrativos hay 25 empleados. Finalmente, si a la suma de mozos y comerciales añadimos 5 tenemos el triple de los administrativos. ¿Cuántos empleados de cada uno de estos tipos hay en esta empresa?

1.2 Análisis funcional

Ejercicio 7. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} a - \ln(x) & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ -x^2 + x + b & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad (3)$$

(i) Determine los valores de a y b para que la función f sea continua y derivable en su dominio.

(ii) Considere los valores de $a = 1$ y de $b = 1$.

(a) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

(b) Halle los puntos de corte con los ejes coordenados y represente gráficamente la función.

Ejercicio 8. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < -6 \\ 2^{\left(\frac{-x}{2}\right)} & \text{si } x \geq -6 \end{cases} \quad (4)$$

(i) Determine los valores de a y b para que la función f sea continua y derivable en su dominio.

(ii) Para los valores de $a = 1$ y de $b = 1$.

(a) Estudie la monotonía, extremos relativos y asíntotas de la función.

(b) Represente gráficamente la función.

(c) Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función, el eje de abscisa y las rectas $x = -10$ y $x = 10$.

Ejercicio 9. El cultivo de un determinado tipo de bacteria comienza con un recuento de 100 células y media hora después asciende hasta 449 células. Además, se sabe que el número de bacterias en este cultivo para cada instante t viene expresado por la función:

$$f(t) = a \cdot e^{k \cdot t} \quad (5)$$

donde $t \geq 0$ es el tiempo expresado en minutos y a y k son parámetros reales positivos.

- (i) Calcule los valores de a y de k .
- (ii) Para los valores de $a = 100$ y de $k = 0.05$ obtenidos en el apartado anterior:
 - (a) Estudie la monotonía y la curvatura de f .
 - (b) Represente gráficamente f .
 - (c) ¿Cuántos minutos se tardará en llegar a las 4700 células?

Ejercicio 10. Una sustancia química se desintegra según la función $F(t) = a \cdot 2^{(-t/b)}$, $t \geq 0$, donde $F(t)$, medida en gramos, es la cantidad de sustancia presente al cabo de t años.

- (i) Determine los valores de a y b sabiendo que inicialmente había 100 gramos de sustancia y que transcurridos 6 años quedan solamente 25 gramos.
- (ii) Para $a = 100$ y $b = 3$:
 - (a) ¿Cuántos años han de transcurrir para que la cantidad de sustancia inicial se reduzca a la mitad?
 - (b) Calcule las asíntotas de la función e interprete el resultado en términos de la cantidad de sustancia.
 - (c) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcule los extremos relativos en caso de que existan.
 - (d) Represente gráficamente la función F .

Ejercicio 11. Se considera la función $f(x) = 1 - e^x$.

- (i) Estudie la monotonía de la función.
- (ii) Calcule las asíntotas de la función.
- (iii) Represente la gráfica de f .

Ejercicio 12. Se considera la función $f(x) = e^{2x-1} - 1$.

- (i) Estudie la monotonía de la función.
- (ii) Halle la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- (iii) Represente la gráfica de f .

Ejercicio 13. Se considera la función $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

- (i) Halle el dominio de f y los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados.
- (ii) Estudie la monotonía y la curvatura de la función f , y calcule sus extremos relativos y puntos de inflexión, caso de que existan.
- (iii) Represente la gráfica de f .

Ejercicio 14. Se considera la función $f(x) = x \cdot e^{(1-x^2)}$

- (i) Estudie la monotonía de la función y calcule sus extremos relativos.
- (ii) Represente el recinto limitado por las rectas $x = -1$, $x = 1$, el eje de abscisas y la gráfica de f . Calcule el área del recinto descrito.

1.3 Binomial

Ejercicio 15. Se quiere estudiar el peso de los huevos de unas gallinas alimentadas con un nuevo pienso. El peso de estos huevos, en gramos, puede modelizarse mediante una variable aleatoria que se distribuye según una ley Normal de media 60 gramos y desviación típica de 5 gramos.

- (i) Determine la probabilidad de que un huevo de este estudio pese más de 62.2 gramos.
- (ii) Se elige una muestra aleatoria conteniendo 10 huevos.
 - (a) ¿Qué distribución sigue la variable aleatoria “número de huevos con un peso superior a 62.2 en esta muestra”?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos 2 huevos con un peso superior a 62.2 gramos?

Ejercicio 16. Un jugador de baloncesto tiene una probabilidad de 0.8 de encestar un tiro libre. Si en un partido lanza 6 tiros libres, halle la probabilidad de que enceste:

- (i) Exactamente cuatro tiros libres.
- (ii) Al menos cuatro tiros.
- (iii) Ninguno de ellos.
- (iv) Alguno de ellos.

Ejercicio 17. Una empresa de publicidad en línea está considerando insertar un banner publicitario en una página web popular. La página web recibe en promedio 100 visitantes por día, teniendo cada uno de ellos una probabilidad de 0.05 de hacer clic en el banner. La empresa tiene dos opciones: pagar una tarifa fija de 500 euros por mes por la inserción del banner o pagar 0.10 euros por clic. Si la empresa elige la opción de pagar por clic:

- (i) *¿Cuál es la probabilidad de que en un día 5 visitantes hagan clic en el banner publicitario?*
- (ii) *Dado que la empresa tiene un presupuesto limitado, ¿cuántos clics debe esperar recibir en promedio por día para que la opción de pagar por clic sea más rentable que la opción de pagar una tarifa fija?*
- (iii) *Basándose en los resultados anteriores, ¿debería la empresa optar por pagar una tarifa fija o por clic?*

Ejercicio 18. *Se ha desarrollado una variedad de soja con una tasa de germinación del 90%. Se plantan diez de estas semillas en suelos de igual composición. Calcule la probabilidad de que:*

- (i) *Germinen 9 semillas*
- (ii) *Germinen entre 8 y 10 semillas.*
- (iii) *Germinen como máximo 8 semillas.*

Ejercicio 19. *Un prestigioso Instituto de Investigación envía invitaciones para una conferencia y se sabe que generalmente asisten un 60% de los invitados. Si se eligen al azar 15 invitados, calcule la probabilidad de que:*

- (i) *Asistan todos a la conferencia.*
- (ii) *Ninguno de ellos asista a la conferencia.*
- (iii) *A lo sumo 1 acuda a la conferencia.*
- (iv) *Al menos asista 1 invitado.*