

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Debe elegir 3 de los 6 ejercicios propuestos.
- c) Cada ejercicio se puntuará de 0 a 10. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
- d) Identifique claramente los ejercicios elegidos. Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente.
- e) Puede usar calculadora (no programable) solo para las operaciones numéricas. No olvide que los procesos conducentes a la obtención de los resultados deben ser suficientemente justificados.

Ejercicio 1.

- a) **(5 puntos)** Resuelva la ecuación $(2x + 1)(2x - 1) - 3(2 - x) = 0$.
- b) **(5 puntos)** Represente la gráfica de la función $f(x) = 2 - (x + 1)^2$.

Ejercicio 2.

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
- b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
- c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

Ejercicio 3.

- a) **(5 puntos)** Sean dos sucesos de un mismo espacio muestral, A y B, de los que se sabe que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \cup B) = 0.7$. ¿A y B son compatibles? ¿A y B son independientes? Razone las respuestas.
- b) **(5 puntos)** Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600€. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000€. ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

Ejercicio 4.

- a) **(5 puntos)** Sean las funciones $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$, $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$. Obtenga la expresión de $f(g(x))$ y de $g(f(x))$.
- b) **(5 puntos)** Ana tiene un mueble con 10 cajones numerados del 1 al 10 y ordena sus cajones guardando n objetos en el cajón número n . Una vez ordenado el mueble, usando los 10 cajones, ¿cuántos objetos ha guardado Ana en total?

Ejercicio 5.

- a) **(5 puntos)** Halle para qué valores de la constante a la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - a & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$ es continua y derivable en $x = -1$.
- b) **(5 puntos)** Efectúe y simplifique la operación $\left(3 + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{3x-2}\right)$.

Ejercicio 6.

Una factoría necesita reemplazar urgentemente gran cantidad de sus máquinas porque están produciendo algunas piezas defectuosas. Realizando una revisión durante la pasada semana, se ha observado el número de piezas defectuosas que produce cada máquina: 22 de las máquinas de la factoría producen 1 sola pieza defectuosa cada una de ellas, 10 máquinas producen 2 piezas defectuosas, 8 máquinas generan 3 piezas defectuosas cada una, 10 máquinas 4 piezas defectuosas y no producen ninguna pieza defectuosa las 25 máquinas restantes.

- a) **(5 puntos)** Obtenga la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la distribución del número de piezas defectuosas que se producen por máquina.
- b) **(5 puntos)** Calcule la media y la varianza del número de piezas defectuosas que han producido las máquinas.