

# DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

Curso: 2020/2021 Asignatura: MATEMÁTICAS II

## 1º Comentarios acerca del programa del segundo curso del Bachillerato, en relación con la Prueba de Acceso y Admisión a la Universidad.

La siguiente relación de estándares evaluables y contenidos tiene como finalidad el servir de orientación para la elaboración de la prueba de Matemáticas II en la Evaluación de bachillerato para el acceso a la Universidad. Esta relación se adapta a lo recogido en la Orden PCM/2/2021, de 11 de Enero, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad, el Real Decreto 1105/2014, de 26 de Diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato y la Orden de 14 de Julio de 2016, de la Consejería de Educación por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en Andalucía.

### **Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.**

- Expresa de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados.
- Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).
- Comprende la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.
- Utiliza diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.
- Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto.
- Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.
- Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.
- Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.

### **Bloque 2. Números y álgebra.**

- Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas y para representar sistemas de ecuaciones lineales.
- Realiza operaciones con matrices (suma, producto por un escalar, transposición, producto de matrices, reconociendo cuándo pueden realizarse y cuándo no) y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente (en particular, la no conmutatividad del producto).
- Sabe calcular los determinantes de matrices cuadradas de orden dos y de orden tres.
- Conoce las propiedades elementales de los determinantes y sabe aplicarlas al cálculo de éstos.
- Determina el rango de una matriz con no más de tres filas o columnas, aplicando el método de Gauss o determinantes.
- Conoce la matriz identidad y la definición de matriz inversa. Determina las condiciones para que una matriz cuadrada tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado (hasta matrices cuadradas de orden tres).
- Expresa un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial y conoce el concepto de matriz ampliada del mismo.
- Conoce lo que son sistemas compatibles (determinados e indeterminados) e incompatibles.
- Clasifica (como compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible) un sistema de ecuaciones lineales con no más de tres incógnitas y que dependa, como mucho, de un parámetro y, en su caso, lo resuelve.
- Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.
- Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

### **Bloque 3. Análisis.**

- Aplica los conceptos de límite de una función en un punto (tanto finito como infinito) y de límites laterales para estudiar la continuidad de una función y la existencia de asíntotas verticales.
- Aplica el concepto de límite de una función en el infinito para estudiar la existencia de asíntotas horizontales y oblicuas.
- Conoce las propiedades algebraicas del cálculo de límites, los tipos de indeterminación siguientes: infinito dividido por infinito, cero dividido por cero, cero por infinito, infinito menos infinito (se excluyen los de la forma uno elevado a infinito, infinito elevado a cero, cero elevado a cero) y técnicas para resolverlas.
- Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad.
- Aplica los conceptos de límite y de derivada a la resolución de problemas.
- Conoce la relación que existe entre la continuidad y la derivabilidad de una función en un punto.
- Determina las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de una función en un punto.

- Distingue entre función derivada y derivada de una función en un punto. Sabe hallar el dominio de derivabilidad de una función.
- Determina, usando la derivación, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de una función.
- Determina la derivabilidad de funciones definidas a trozos.
- Conoce y aplica el teorema de derivación para funciones compuestas (la regla de la cadena) y su aplicación al cálculo de las derivadas de funciones y de las derivadas de las funciones trigonométricas inversas.
- Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites (las indicadas anteriormente).
- Reconoce si los puntos críticos de una función (puntos con derivada nula) son extremos locales o puntos de inflexión.
- Aplica la teoría de funciones continuas y de funciones derivables para resolver problemas de extremos relativos y absolutos.
- Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.
- Representa de forma aproximada la gráfica de una función de la forma  $y = f(x)$  indicando: dominio, simetrías, periodicidad, cortes con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos locales, intervalos de concavidad ( $f''(x) < 0$ ) y de convexidad ( $f''(x) > 0$ ) y puntos de inflexión.
- Partiendo de la representación gráfica de una función o de su derivada, obtiene información de la propia función (límites, límites laterales, continuidad, asíntotas, derivabilidad, crecimiento y decrecimiento, etc.).
- Dadas dos funciones, mediante sus expresiones analíticas o mediante sus representaciones gráficas, reconoce si una es primitiva de la otra.
- Conoce la relación que existe entre dos primitivas de una misma función.
- Dada una familia de primitivas, sabe determinar una cuya gráfica pase por un punto dado.
- Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones: primitivas inmediatas, primitivas de funciones racionales en las que las raíces del denominador son reales, método de integración por partes (aplicándolo reiteradamente) y técnica de integración por cambio de variable, tanto en el cálculo de primitivas como en el cálculo de integrales definidas.
- Conoce la propiedad de linealidad de la integral con respecto al integrando y conoce la propiedad de aditividad con respecto al intervalo de integración.
- Conoce las propiedades de monotonía de la integral definida con respecto al integrando.
- Conoce la interpretación geométrica de la integral definida de una función.
- Conoce la noción de función integral (o función área) y aplica el teorema fundamental del cálculo y la regla de Barrow.
- Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

#### **Bloque 4. Geometría.**

- Realiza operaciones elementales con vectores en el espacio, manejando correctamente los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal.
- Conoce que tres vectores en un espacio de dimensión tres son linealmente dependientes si y sólo si el determinante es cero.
- Expresa la ecuación de la recta en sus distintas formas (paramétrica, continua e implícita), pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas.
- Obtiene la ecuación del plano en sus distintas formas (paramétrica, general o implícita), pasando de una a otra correctamente.
- Determina un punto, una recta o un plano a partir de propiedades que los definen (por ejemplo: el punto simétrico de otro con respecto a un tercero, la recta que pasa por dos puntos o el plano que contiene a tres puntos o a un punto y una recta, etc.).
- Plantea, interpreta y resuelve problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos.
- Analiza la posición relativa de planos y rectas en el espacio, aplicando métodos matriciales y algebraicos.
- Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades.
- Conoce el producto mixto de tres vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y propiedades.
- Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos: distancias entre puntos y rectas y planos, simetrías axiales, ángulos entre rectas y planos, vectores normales a un plano, perpendicular común a dos rectas, vector perpendicular a otros dos, áreas de triángulos y paralelogramos y volúmenes de tetraedros y paralelepípedos.

#### **2º Estructura de la prueba que se planteará para la asignatura.**

- Cada estudiante recibirá un único examen con 8 ejercicios distribuidos en dos bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno. Deberá elegir solamente 4 ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de 4 ejercicios, se corregirán únicamente los 4 que aparezcan físicamente en primer lugar.
- El Bloque A constará de 4 ejercicios de Análisis y el Bloque B constará de 2 ejercicios de Números y Álgebra y 2 ejercicios de Geometría.
- Cada ejercicio se valorará con una puntuación máxima de 2,5 puntos, de los cuales 0,25 puntos se destinarán a evaluar lo recogido en el Bloque 1 del apartado primero del documento.
- En los ejercicios de la prueba no se pedirán demostraciones de teoremas y ningún ejercicio del examen tendrá carácter exclusivamente teórico.

### **3º Instrucciones sobre el desarrollo de la prueba.**

#### **Materiales permitidos en la prueba.**

- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- Durante el examen no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.
- En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

#### **4º Criterios generales de corrección.**

- Los ejercicios deben realizarse atendiendo a los estándares del Bloque 1, valorándose el grado de cumplimiento con un máximo de 0,25 puntos en cada ejercicio.
- La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio.
- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo, en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten de una complejidad equivalente.
- Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo de 0,25 puntos en cada ejercicio.
- En caso de responder a más de 4 ejercicios, se corregirán únicamente los 4 que aparezcan físicamente en primer lugar.

#### **5º Información adicional.**

- Estas orientaciones y los exámenes de los últimos años están disponibles en el punto de acceso electrónico:

[https://www.juntadeandalucia.es/economiaconocimientoempresasyuniversidad/squit/?q=grados&d=g\\_b\\_examenes\\_anteriores.php](https://www.juntadeandalucia.es/economiaconocimientoempresasyuniversidad/squit/?q=grados&d=g_b_examenes_anteriores.php)

## 6º Modelo de prueba.

- Instrucciones:**
- a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**
  - b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
  - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
  - d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.**
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

### BLOQUE A

---

#### **EJERCICIO 1 (2.5 puntos)**

Considera la función  $f$  definida por

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{2x + 2} \quad \text{para } x \neq -1.$$

- a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ . **(1.5 puntos)**
- b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ . **(1 punto)**

---

#### **EJERCICIO 2 (2.5 puntos)**

Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x - a)e^x$ .

- a) Determina  $a$  sabiendo que la función tiene un punto crítico en  $x = 0$ . **(1.25 puntos)**
- b) Para  $a = 1$ , calcula los puntos de inflexión de la gráfica de  $f$ . **(1.25 puntos)**

---

#### **EJERCICIO 3 (2.5 puntos)**

Sea la función  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$ . Halla la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(1, 1)$ . (Sugerencia: cambio de variable  $t = e^x$ ).

---

#### **EJERCICIO 4 (2.5 puntos)**

Considera las funciones  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \ln(x+2)$  ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano) y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$ .

- a) Esboza el recinto que determinan la gráfica de  $f$ , la gráfica de  $g$ , la recta  $x = 1$  y la recta  $x = 3$ .  
(No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas). **(1 punto)**
  - b) Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**
-

**EJERCICIO 5 (2.5 puntos)**

Calcula todas las matrices  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  tales que  $a + d = 1$ , tienen determinante 1 y cumplen  $AX = XA$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**EJERCICIO 6 (2.5 puntos)**

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$ , considera el sistema de ecuaciones lineales dado por  $X^t A = B^t$ , donde  $X^t$ ,  $B^t$  denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de  $m$ .

**EJERCICIO 7 (2.5 puntos)**

Considera la recta  $r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$  y los planos  $\pi_1 \equiv x = 0$  y  $\pi_2 \equiv y = 0$ .

- Halla los puntos de la recta  $r$  que equidistan de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . **(1.25 puntos)**
- Determina la posición relativa de la recta  $r$  y la recta intersección de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . **(1.25 puntos)**

**EJERCICIO 8 (2.5 puntos)**

Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(1, 0, 2)$  y  $C(0, 2, 1)$ .

- Halla el área de dicho triángulo. **(1.25 puntos)**
- Calcula el coseno del ángulo en el vértice  $A$ . **(1.25 puntos)**

## 7º Criterios específicos del modelo de prueba.

La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente. Cuando se dice: "x puntos por A", hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo la justificación oportuna. Cuando se dice "planteamiento" se refiere al proceso seguido por el/la estudiante que, de no cometer errores, le llevará a la solución.

---

Ejercicio 1.- (a) [1.5 puntos] Hasta 0.5 puntos por justificar que no tiene asíntotas horizontales. Hasta 0.25 puntos por la asíntota vertical. (b) [1 punto] Lo indicado.

Ejercicio 2.- (a) [1.25 puntos] Hasta 0.75 puntos por la derivada. (b) [1.25 puntos] Lo indicado.

Ejercicio 3.- [2.5 puntos] Hasta 0.5 puntos por hacer el cambio de variable. Hasta 0.5 puntos por la descomposición en fracciones simples. Hasta 0.5 puntos por la integración de cada una de las dos funciones racionales. Hasta 0.25 puntos por el valor de la constante.

Ejercicio 4.- (a) [1 punto] Lo indicado. (b) [1.5 puntos] Hasta 0.5 puntos por expresar el área como una integral definida.

Ejercicio 5.- [2.5 puntos] Hasta 0.5 puntos por el uso adecuado de cada condición sobre X.

Ejercicio 6.- [2.5 puntos] Hasta 0.5 puntos si calcula el determinante de la matriz de coeficientes. Hasta 0.5 puntos por hallar los valores críticos.

Ejercicio 7.- (a) [1.25 puntos] Hasta 0.75 puntos si solo encuentra uno de los puntos. (b) [1.25 puntos] Hasta 0.75 puntos por el planteamiento.

Ejercicio 8.- (a) [1.25 puntos] Hasta 0.75 puntos por el planteamiento. (b) [1.25 puntos] Hasta 0.75 puntos por el planteamiento.