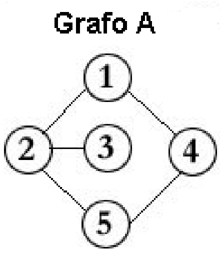
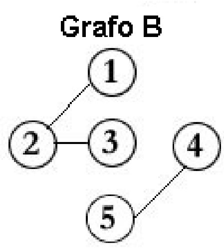
DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

Algunos ejemplos de ejercicios de matrices como expresiones de tablas y grafos:
Ejemplo 1.
Sean los grafos siguientes:



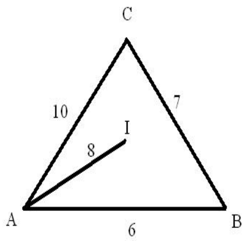


a) Escriba la matriz de adyacencia asociada a los grafos *A* y *B* de la figura anterior.
b) Si las matrices *C* y *D* unen los nodos numerados con las etiquetas 1, 2, 3, represente los grafos asociados a dichas matrices de adyacencia.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

c) Realice la siguiente operación matricial: $D \cdot C - C \cdot D$

Ejemplo 2.



En un instituto I hay alumnos de tres pueblos, A, B y C. La distancia entre A y B es 6 km, la de B a C es 7 km, la de A a C es 10 km y la de A a I es 8 km. Una empresa de transporte escolar hace dos rutas: la ruta 1 parte de B y recorre sucesivamente C, A e I; la ruta 2 parte de C y recorre sucesivamente B, A e I.

1. Determine la matriz *M*, 2x3, que expresa los kilómetros que recorren los alumnos de cada pueblo por cada ruta.
2. El número de alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo es:
   - Pueblo A: 10 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.
   - Pueblo B: 15 alumnos la ruta 1 y 8 alumnos la ruta 2.
   - Pueblo C: 5 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.

Determine la matriz *N*, 3x2, que indique los alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo.
3. **S**i la empresa cobra 12 céntimos por Km a cada persona, determine la matriz $P = 0.12\ M \cdot N$, e interprete cada uno de sus elementos.

$$M = \begin{array}{c} \\ Ruta1 \\ Ruta2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix} \end{array} \qquad N = \begin{array}{c} \\ AlumnosA \\ AlumnosB \\ AlumnosC \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} Ruta1 & Ruta2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \end{array}$$

Ejemplo 3.

En una empresa de fabricación de móviles hay 3 categorías de empleados: A, B y C y se fabrican dos tipos de móviles: M y P. Diariamente cada empleado de la categoría A fabrica 4 móviles del tipo M y 3 del tipo P, mientras que cada uno de la categoría B fabrica 5 móviles del tipo M y 4 del tipo P, y cada uno de la categoría C fabrica 6 móviles del tipo M y 5 móviles del tipo P. Para fabricar cada móvil del tipo M se necesitan dos chips y 4 conexiones y para fabricar cada móvil del tipo P 4 chips y 6 conexiones.

a) Escriba una matriz X, 3x2, que describa el número de móviles de cada tipo y otra matriz Y, de orden 2, que exprese el número de chips y conexiones de cada tipo de móvil.

b) Realice el producto de matrices $X \cdot Y$ e indique qué expresa dicho producto.

Ejemplo 4.

Un proveedor que suministra materia prima a 3 fábricas, F, G y H, transporta una parte de sus envíos a cada fábrica por carretera y la otra parte por tren, según se indica en la matriz T, cuyos elementos son las toneladas de materia prima que recibe cada fábrica por cada vía de transporte.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} F & G & H \end{array} \\ T = & \begin{pmatrix} 300 & 200 & 150 \\ 400 & 250 & 200 \end{pmatrix} \begin{array}{c} carretera \\ tren \end{array} \end{array}$$

Los precios del transporte de cada tonelada de materia prima son 200 euros por carretera y 180 euros por tren, como indica la matriz $C = (200, 180)$.

Explique qué operación debe efectuarse con estas matrices para determinar una nueva matriz cuyos elementos sean los costes de llevar este material a la fábrica.

Ejemplo 5.

Una persona tiene que comprar 2 kg de manzanas, 1 kg de ciruelas y 1.5 kg de plátanos y otra necesita 0.5 kg de manzanas, 2.5 de ciruelas y 3 de plátanos. En la frutería A, los precios de las manzanas son 1.8 euros/kg, los de las ciruelas 2.1 y los de los plátanos 1.9 y en la frutería B son 1.7, 2.3 y 1.75 respectivamente.

Se escriben las matrices

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1.5 \\ 0.5 & 2.5 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad N = \begin{pmatrix} 1.8 & 1.7 \\ 2.1 & 2.3 \\ 1.9 & 1.75 \end{pmatrix}$$

a) Determine $M \cdot N$ e indique qué representa cada uno de los elementos de la matriz producto.

b) ¿En qué frutería le conviene a cada persona hacer la compra?

Ejemplo 6.

Un fabricante de productos lácteos, que vende 3 tipos de productos, leche, queso y nata, a dos supermercados, S y H, ha anotado en la matriz A los pesos en kg de cada producto que vende a cada supermercado y , en la matriz B, las ganancias que obtiene en cada supermercado por cada kg de esos productos

$$\text{Matriz } A: \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} leche & queso & nata \end{array} \\ \begin{pmatrix} 500 & 300 & 250 \\ 460 & 300 & 200 \end{pmatrix} \begin{array}{c} S \\ H \end{array} \end{array} \qquad \text{matriz } B: \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} leche & queso & nata \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.20 & 4 & 1 \\ 0.25 & 3.60 & 1.20 \end{pmatrix} \begin{array}{c} S \\ H \end{array} \end{array}$$

Efectúe el producto $A \cdot B^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.